十年（2014－2023）年高考真题分项汇编—导数解答题

**目录**

[**题型一：导数的概念及几何意义 1**](#_Toc140596753)

[**题型二：导数与函数的单调性 2**](#_Toc140596754)

[**题型三：导数与函数的极值、最值 4**](#_Toc140596755)

[**题型四：导数与函数零点问题 7**](#_Toc140596756)

[**题型五：导数与不等式的证明 9**](#_Toc140596757)

[**题型六：导数与其他知识的交汇题型 11**](#_Toc140596758)

[**题型七：利用导数研究恒成立、能成立问题 12**](#_Toc140596759)

[**题型八：导数的综合应用 14**](#_Toc140596760)

# 题型一：导数的概念及几何意义

1．(2020北京高考·第19题) 已知函数．

(Ⅰ)求曲线的斜率等于的切线方程；

(Ⅱ)设曲线在点处的切线与坐标轴围成的三角形的面积为，求的最小值．

2．(2018年高考数学天津（理）·第20题) (本小题满分14分)已知函数，，其中．

(1)求函数的单调区间；

(2)若曲线在点处的切线与曲线在点处的切线平行，证明

；

(3)证明当时，存在直线，使是曲线的切线，也是曲线的切线．

3．(2020年新高考全国Ⅰ卷（山东）·第21题) 已知函数．

(1)当时，求曲线*y*=*f*(*x*)在点(1，*f*(1))处的切线与两坐标轴围成的三角形的面积；

(2)若*f*(*x*)≥1，求*a*取值范围．

4．(2020年新高考全国卷Ⅱ数学（海南）·第22题) 已知函数．

(1)当时，求曲线*y*=*f*(*x*)在点(1，*f*(1))处切线与两坐标轴围成的三角形的面积；

(2)若*f*(*x*)≥1，求*a*的取值范围．

5．(2018年高考数学浙江卷·第22题) (本题满分15分)已知函数．

(1)若在处导数相等，证明：；

(2)若，证明：对于任意，直线与曲线有唯一公共点．

6．(2014高考数学课标1理科·第21题) 设函数高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。,曲线高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。在点高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。处的切线高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。．

(1)求高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。;

(2)证明:高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。．

7．(2019·全国Ⅲ·理·第20题)已知函数．

(1)讨论的单调性；

(2)是否存在，使得在区间最小值为且最大值为1？若存在，求出的所有值；若不存在，说明理由．

8．(2019·全国Ⅱ·理·第20题)已知函数．

讨论的单调性，并证明有且仅有两个零点；

设是的一个零点，证明曲线在点处的切线也是曲线的切线．

# 题型二：导数与函数的单调性

1．(2022高考北京卷·第20题) 已知函数．

(1)求曲线在点处的切线方程；

(2)设，讨论函数在上的单调性；

(3)证明：对任意，有．

2．(本小题满分12分)已知函数，其中，为参数，且．

(Ⅰ)当时，判断函数是否有极值；

(Ⅱ)要使函数的极小值大于零，求参数的取值范围；

(Ⅲ)若对(Ⅱ)中所求的取值范围内的任意参数，函数在区间内都是增函数，求实数的取值范围．

3．(2014高考数学重庆理科·第20题) 已知函数的导函数为偶函数，且曲线在点处的切线的斜率为．

1. 确定的值；
2. 若，判断的单调性；

(3)若有极值，求的取值范围．

4．(2014高考数学天津理科·第20题) 设．已知函数有两个零点,且．

(Ⅰ)求的取值范围;

(Ⅱ)证明随着的减小而增大;

(Ⅲ)证明 随着的减小而增大．

5．(2014高考数学江西理科·第19题) 已知函数．

(1)当时,求的极值;

(2)若在区间上单调递增,求b的取值范围．

6．(2015高考数学重庆理科·第20题) (本小题满分12分，(1)小问7分，(2)小问5分)

设函数．

(1)若在处取得极值，确定的值，并求此时曲线在点处的切线方程；

(2)若在上为减函数，求的取值范围．

7．(2016高考数学北京理科·第18题)(本小题13分)设函数，曲线在点处的切线方程为．

(I)求的值；

(Ⅱ)求的单调区间．

8．(2021年高考全国甲卷理科·第21题)已知且，函数．

(1)当时，求的单调区间；

(2)若曲线与直线有且仅有两个交点，求*a*的取值范围．

9．(2020年高考课标Ⅰ卷理科·第21题)已知函数．

(1)当*a*=1时，讨论*f*(*x*)的单调性；

(2)当*x*≥0时，*f*(*x*)≥*x*3+1，求*a*的取值范围．

# 题型三：导数与函数的极值、最值

1．(2023年北京卷·第20题) 设函数，曲线在点处的切线方程为．

(1)求的值；

(2)设函数，求的单调区间；

(3)求的极值点个数．

2．(2023年新课标全国Ⅱ卷·第22题) (1)证明：当时，；

(2)已知函数，若是的极大值点，求*a*的取值范围．

3．(2021高考北京·第19题) 已知函数．

(1)若，求曲线在点处的切线方程；

(2)若在处取得极值，求的单调区间，以及其最大值与最小值．

4．(2018年高考数学课标Ⅲ卷（理）·第21题) 已知函数．

(1)若，证明：当时，，当时，；

(2)若是的极大值点，求．

5．(2018年高考数学课标卷Ⅰ（理）·第21题) (12分)已知函数．

(1)讨论的单调性；

(2)若存在两个极值点，证明：．

6．(2018年高考数学北京（理）·第18题) (本小题13分)设函数．

(Ⅰ)若曲线在点处的切线与轴平行，求；

(Ⅱ)若在处取得极小值，求的取值范围．

7．(2014高考数学山东理科·第20题) 设函数(为常数，是自然对数的底数)．

(Ⅰ)当时，求函数的单调区间；

(Ⅱ)若函数在内存在两个极值点，求的取值范围．

8．(2014高考数学湖南理科·第22题) 已知常数函数．

(Ⅰ)讨论在区间上的单调性；

(Ⅱ)若存在两个极值点，且求的取值范围．

9．(2014高考数学安徽理科·第18题) 设函数，其中．

(Ⅰ)讨论在其定义域上的单调性；

(Ⅱ)当时，求取得最大值和最小值时的的值．

10．(2015高考数学安徽理科·第21题) (本小题满分13分)设函数．

(Ⅰ)讨论函数在内的单调性并判断有无极值，有极值时求出极值；

(Ⅱ)记，求函数在上的最大值*D*；

(Ⅲ)在(Ⅱ)中，取，求满足时的最大值．

11．(2017年高考数学浙江文理科·第20题) 已知函数

(Ⅰ)求的导函数;

(Ⅱ)求在区间上的取值范围．

12．(2017年高考数学山东理科·第20题)已知函数,,其中是自然对数的底数．

(Ⅰ)求曲线在点处的切线方程;

(Ⅱ)令,讨论的单调性并判断有无极值;有极值时,求出极值．

13．(2017年高考数学课标Ⅲ卷理科·第21题)(12分)已知函数．

(1)若，求的值；

(2)设为整数，且对于任意正整数，，求的最小值．

14．(2017年高考数学江苏文理科·第20题)已知函数学科网 版权所有有极值,且导函数学科网 版权所有的极值点是学科网 版权所有的零点．(极值点是指函数取极值时对应的自变量的值)(1)求学科网 版权所有关于学科网 版权所有 的函数关系式,并写出定义域;(2)证明:学科网 版权所有;(3)若学科网 版权所有,学科网 版权所有这两个函数的所有极值之和不小于学科网 版权所有,求学科网 版权所有的取值范围．

15．(2017年高考数学北京理科·第19题)已知函数．

(Ⅰ)求曲线在点处的切线方程;

(Ⅱ)求函数在区间上的最大值和最小值．

16．(2017年高考数学课标Ⅱ卷理科·第21题)(12分)已知函数且．

(1)求 ；

(2)证明：存在唯一的极大值点，且．

17．(2016高考数学天津理科·第20题)设函数，其中．

(Ⅰ)求的单调区间；

(Ⅱ)若存在极值点，且，其中，求证：；

(Ⅲ)设，函数，求证：在区间上的最大值不小于．

18．(2023年全国乙卷理科·第21题)已知函数．

(1)当时，求曲线在点处切线方程；

(2)是否存在*a*，*b*，使得曲线关于直线对称，若存在，求*a*，*b*的值，若不存在，说明理由．

(3)若在存在极值，求*a*的取值范围．

19．(2019·北京·理·第19题)已知函数．

(Ⅰ)求曲线的斜率为1的切线方程；

(Ⅱ)当时，求证：；

(Ⅲ)设，记在区间上的最大值为，当最小时，求*a*的值．

# 题型四：导数与函数零点问题

1．(2022年高考全国甲卷数学（理）·第21题) 已知函数．

(1)若，求*a*的取值范围；

(2)证明：若有两个零点，则环．

2．(2018年高考数学课标Ⅱ卷（理）·第21题) (12分)

已知函数．

(1)若，证明：当时，；

(2)若在只有一个零点，求．

3．(2014高考数学四川理科·第21题) 已知函数其中为自然对数的底数．

(Ⅰ)设是函数的导函数，求函数在区间 上的最小值；

(Ⅱ)若，函数在区间内有零点，求学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！的取值范围．

4．(2014高考数学辽宁理科·第21题) (本小题满分12分)

已知函数，．

证明：(1)存在唯一，使；

(2)存在唯一，使，且对(1)中的．

5．(2015高考数学新课标1理科·第21题) (本小题满分12分)

已知函数

(Ⅰ)当为何值时，轴为曲线 的切线；

(Ⅱ)用 表示中的最小值，设函数 ，讨论零点的个数．

6．(2015高考数学天津理科·第20题) (本小题满分14分))已知函数，其中．

(I)讨论的单调性；

(II)设曲线与轴正半轴的交点为，曲线在点处的切线方程为,求证：对于任意的正实数，都有；

(III)若关于的方程为实数)有两个正实根，求证： ．

7．(2015高考数学四川理科·第21题) 已知函数，其中．

(1)设是的导函数，评论的单调性；

(2)证明：存在，使得在区间内恒成立，且在内有唯一解．

8．(2015高考数学江苏文理·第19题) 已知函数．

(1)试讨论的单调性；

(2)若(实数是与无关的常数)，当函数有三个不同的零点时，的取值范围恰好是，求的值．

9．(2017年高考数学新课标Ⅰ卷理科·第21题)已知函数．

(1)讨论的单调性;

(2)若有两个零点,求的取值范围．

10．(2016高考数学课标Ⅰ卷理科·第21题)(本小题满分12分)已知函数有两个零点．

(I)求*a*的取值范围；

(II)设是的两个零点，证明：．

11．(2020年高考课标Ⅲ卷理科·第21题)设函数，曲线在点(，*f*())处的切线与*y*轴垂直．

(1)求*b*．

(2)若有一个绝对值不大于1的零点，证明：所有零点的绝对值都不大于1．

12．(2022年高考全国乙卷数学(理)·第21题)已知函数

(1)当时，求曲线在点处切线方程；

(2)若在区间各恰有一个零点，求*a*的取值范围．

13．(2019·全国Ⅰ·理·第20题)已知函数，为的导数．证明：

(1)在区间存在唯一极大值点；

(2)有且仅有2个零点．

14．(2019·江苏·第19题)设函数、为的导函数．

(1)若，，求的值；

(2)若，且和的零点均在集合中，求的极小值；

(3)若，且的极大值为，求证:．

# 题型五：导数与不等式的证明

1．(2022年浙江省高考数学试题·第22题) 设函数．

(1)求的单调区间；

(2)已知，曲线上不同的三点处的切线都经过点．证明：

(ⅰ)若，则；

(ⅱ)若，则．

(注：是自然对数的底数)

2．(2014高考数学大纲理科·第22题) 函数．

(1)讨论的单调性；

(2)设，证明：．

3．(2015高考数学广东理科·第19题) (本小题满分14分)

设，函数．

(1) 求的单调区间 ；

(2) 证明：在上仅有一个零点；

(3) 若曲线在点*P*处的切线与轴平行，且在点处的切线与直线*OP*平行(*O*是坐标原点),证明：．

4．(2017年高考数学天津理科·第20题)设,已知定义在上的函数在区间内有一个零点,为的导函数．

(1)求的单调区间;

(2)设,函数,求证:;

(3)求证:存在大于的常数,使得对于任意的正整数,且满足．

5．(2021年高考浙江卷·第22题)设*a*，*b*为实数，且，函数

(1)求函数的单调区间；

(2)若对任意，函数有两个不同的零点，求*a*的取值范围；

(3)当时，证明：对任意，函数有两个不同的零点，满足．

(注：是自然对数的底数)

6．(2021年新高考全国Ⅱ卷·第22题)已知函数．

(1)讨论的单调性；

(2)从下面两个条件中选一个，证明：有一个零点

①；

②．

7．(2021年新高考Ⅰ卷·第22题)已知函数．

(1)讨论的单调性；

(2)设，为两个不相等的正数，且，证明：．

8．(2022新高考全国II卷·第22题)已知函数．

(1)当时，讨论的单调性；

(2)当时，，求*a*的取值范围；

(3)设，证明：．

9．(2021年高考全国乙卷理科·第20题)设函数，已知是函数的极值点．

(1)求*a*；

(2)设函数．证明:．

# 题型六：导数与其他知识的交汇题型

1．(2022新高考全国I卷·第22题) 已知函数和有相同的最小值．

(1)求*a*；

(2)证明：存在直线，其与两条曲线和共有三个不同的交点，并且从左到右的三个交点的横坐标成等差数列．

2．(2015高考数学湖南理科·第23题) 已知，函数．记为的从小到大的第个极值点．证明：

(1)数列是等比数列;

(2)若，则对一切，恒成立．

3．(2015高考数学湖北理科·第22题) (本小题满分14分)已知数列的各项均为正数，，为自然对数的底数．

(Ⅰ)求函数的单调区间，并比较与的大小；

(Ⅱ)计算，，，由此推测计算的公式，并给出证明；

(Ⅲ)令，数列，的前项和分别记为,, 证明：．

4．(2015高考数学广东理科·第21题) (本小题满分14分)

数列满足 , ．

(1) 求的值；

(2) 求数列前项和；

(3) 令，，证明：数列的前项和满足．

5．(2023年天津卷·第20题)已知函数．

(1)求曲线在处切线的斜率；

(2)当时，证明：；

(3)证明：．

6．(2023年新课标全国Ⅰ卷·第19题)已知函数．

(1)讨论的单调性；

(2)证明：当时，．

7．(2018年高考数学江苏卷·第19题)(本小题满分16分)记分别为函数的导函数．若存在，满足且，则称为函数与的一个“*S*点”．

(1)证明：函数与不存在“*S*点”；

(2)若函数与存在“*S*点”，求实数*a*的值；

(3)已知函数，．对任意，判断是否存在，使函数与在区间内存在“*S*点”，并说明理由．

# 题型七：利用导数研究恒成立、能成立问题

1．(2023年全国甲卷理科·第21题)已知函数

(1)当时，讨论单调性；

(2)若恒成立，求*a*的取值范围．

2．(2014高考数学浙江理科·第22题) 已知函数

(1)若在上的最大值和最小值分别记为，求；

(2)设若对恒成立，求的取值范围．

3．(2014高考数学陕西理科·第23题) 设函数，其中是的导函数．

⑴，求的表达式；

⑵若恒成立，求实数的取值范围；

⑶设，比较与的大小，并加以证明．

4．(2014高考数学福建理科·第20题) (本小题满分14分)

已知函数(为常数)的图像与轴交于点，曲线在点处的切线斜率为．

(1)求的值及函数的极值；

(2)证明：当时，；

(3)证明：对任意给定的正数，总存在，使得当，恒有．

5．(2014高考数学北京理科·第18题) 已知, 

(1)求证：

(2)在上恒成立，求*a*的最大值与*b*的最小值

6．(2015高考数学新课标2理科·第21题) (本题满分12分)设函数．

(Ⅰ)证明：在单调递减，在单调递增；

(Ⅱ)若对于任意，都有，求的取值范围．

7．(2015高考数学山东理科·第21题) 设函数，其中．

(Ⅰ)讨论函数极值点的个数，并说明理由；

(Ⅱ)若成立，求的取值范围．

8．(2015高考数学北京理科·第18题) (本小题13分)已知函数．

(Ⅰ)求曲线在点处的切线方程；

(Ⅱ)求证：当时，；

(Ⅲ)设实数使得对恒成立，求的最大值．

9．(2016高考数学四川理科·第21题)设函数，其中．

(1)讨论的单调性；

(2)确定的所有可能取值，使得在区间内恒成立，(为自然对数的底数)

10．(2016高考数学山东理科·第20题)(本小题满分13分)已知．

(I)讨论的单调性；

(II)当时，证明对于任意的成立．

11．(2015高考数学福建理科·第20题)已知函数，

(Ⅰ)证明：当；

(Ⅱ)证明：当时，存在,使得对

(Ⅲ)确定*k*的所以可能取值，使得存在，对任意的恒有．

# 题型八：导数的综合应用

1．(2014高考数学课标2理科·第21题) (本小题满分12分)

已知函数=．

(Ⅰ)讨论的单调性；

(Ⅱ)设，当时，, 求的最大值；

(Ⅲ)已知，估计ln2的近似值(精确到0．001)

2．(2014高考数学湖北理科·第22题) 为圆周率，为自然对数的底数．

(Ⅰ)求函数的单调区间；

(Ⅱ)求，，，，，这6个数中的最大数与最小数；

(Ⅲ)将，，，，，这6个数按从小到大的顺序排列，并证明你的结论．

3．(2014高考数学江苏·第19题) 已知函数，其中*e*是自然对数的底数．

(1)证明：是R上的偶函数；

(2)若关于的不等式≤在上恒成立，求实数的取值范围；

(3)已知正数满足：存在，使得成立． 试比较与的大小，并证明你的结论．

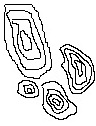
4．(2015高考数学江苏文理·第17题) 某山区外围有两条相互垂直的直线型公路，为进一步改善山区的交通现状，计划修建一条连接两条公路和山区边界的直线型公路．记两条相互垂直的公路为，山区边界曲线为，计划修建的公路为．如图所示，为的两个端点，测得点到的距离分别为5千米和40千米，点到的距离分别为20千米和2．5千米，以所在的直线分别为轴，建立平面直角坐标系．假设曲线符合函数(其中为常数)模型．

(1)求的值；

(2)设公路与曲线相切于点,的横坐标为．

①请写出公路长度的函数解析式，并写出其定义域；

②当为何值时，公路的长度最短？求出最短长度．















*O*

*C*





5．(2020年高考课标Ⅱ卷理科·第21题)已知函数*f*(*x*)=sin2*x*sin2*x*．

(1)讨论*f*(*x*)在区间(0，*π*)的单调性；

(2)证明：；

(3)设*n*∈*N*\*，证明：sin2*x*sin22*x*sin24*x*…sin22*nx*≤

6．(2020天津高考·第20题)已知函数，为的导函数．

(Ⅰ)当时，

(i)求曲线在点处的切线方程；

(ii)求函数的单调区间和极值；

(Ⅱ)当时，求证：对任意的，且，有．

7．(2019·浙江·第22题)已知实数，设函数，．

(Ⅰ)当时，求函数的单调区间；

(Ⅱ)对任意均有，求的取值范围．

注：为自然对数的底数．

8．(2019·天津·理·第20题)设函数为的导函数．

(Ⅰ)求的单调区间；

(Ⅱ)当时，证明；

(Ⅲ)设为函数在区间内的零点，其中，证明．